

Quantenchaos-Theorie besteht Mikrowellentest

Die Schwingungsmoden einer elastischen Platte kann man durch Bestreuen mit Sand sichtbar machen. Der Sand wird von den vibrierenden Stellen der Platte weggestoßen und in den Knotenlinien der Schwingungsmoden gesammelt. Auf diese Weise entstehen „Staubfiguren“, die von Chladni im Jahre 1787 in seinem Buch „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“ erstmals beschrieben wurden [1]. Chladni benutzte Glas- und Metallplatten, die er durch Streichen mit einem Violinbogen zum Schwingen anregte. Sein Buch enthält elf Kupferstiche mit über hundert Abbildungen von Staubfiguren, die er mit runden, rechteckigen, drei- und sechseckigen Platten ~~erzeugte~~ Zwei typische Staubfiguren ~~erzeugte~~ und einer quadratischen Platte sind in Abb. 1, oberer Teil zu sehen. Es fällt auf, daß sich Chladni auf die Untersuchung von Platten beschränkte, die durch ein hohes Maß an Symmetrie ausgezeichnet sind.

Hält man den Rand einer Platte fest, dann ist die Schwingungsgleichung der Platte (für kleine Schwingungsamplituden) formal einer Schrödinger-Gleichung mit einem Potential äquivalent, das über die Ausdehnung der Platte verschwindet und am Rand der Platte gegen Unendlich geht. Die quantenmechanischen Lösungen solcher „Billard“-Probleme sind in zwei ausgezeichneten Artikel von H. G. Schuster und G. Wunner in den Physikalischen Blättern beschrieben worden [2]. Es läßt sich zeigen, daß Billards vom Chladni-Typ separabel sind, d. h. die zweidimensionalen Schwingungsmoden lassen sich als Überlagerung eindimensionaler Moden darstellen. Die Schwingungsmoden separabler Billards erzeugen sehr schöne und ästhetisch ansprechende Staubfiguren (vgl. Abb. 1 oben). Demgegenüber erzeugen Billards mit weniger Symmetrie, zum Beispiel von der Form eines Fußballstadions, komplizierte und ästhetisch wenig ansprechende, quasi-chaotische Knotenlinien [2, 3] (siehe Abb. 1 unten). Für das Energie- bzw. Frequenzspektrum nichtseparabler Billards, also z. B. eines „Quantenstadions“, gibt es eine handfeste quantitative Vorhersage: Die Energieabstände zweier aufeinander folgender ~~Eigenenergien~~ Energien sollten „Wigner-verteilt“ ~~sein~~ [2]. Dies bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit, ein Energieintervall ε im ~~Energiespektrum~~ Energiespektrum zu finden, gegeben ist durch ~~die Formel~~:

$$P(s = \varepsilon/\bar{\varepsilon}) = (\pi s/2) \exp(-\pi s^2/4).$$

Das Symbol $\bar{\varepsilon}$ steht hierbei für den mittleren Abstand zweier Energieniveaus im Energie- bzw. Frequenzspektrum.

Während man chaotische Knotenlinien à la Chladni mit Hilfe von schwingenden Glas- oder Metallplatten demonstrieren könnte (was allerdings einige Virtuosität mit dem Violinbogen verlangt!), ist das mit den Energieeigenwerten (bzw. den Plattenfrequenzen) schon etwas schwieriger: Um nämlich eine einigermaßen gute Statistik zu erhalten, müßte man neben dem Grundton schon einige hundert Oberschwingungen auf der Platte hervorbringen!

Hier zeigten kürzlich H.-J. Stöckmann und J. Stein von der Universität Marburg einen Ausweg [4]: Die Maxwell-Gleichungen für Mikrowellen in einem flachen Resonator sind formal der Schrödinger-Gleichung in zwei Raumdimensionen äquivalent. Durch Mikrowellenexperimente im cm-Regime lassen sich daher mit einem flachen Resonator Materiewellen simulieren, die durch die Quantenmechanik beschrieben werden! Gibt man darüber hinaus dem Resonator eine geeignete Form, dann lassen sich damit allerlei Quantenchaos-Theorien bequem experimentell nachprüfen. In diesem Sinne bestimmten die Marburger Physiker die Eigenfrequenzen eines flachen Mikrowellenresonators von der Form eines Stadions und fanden die experimentell gemessene

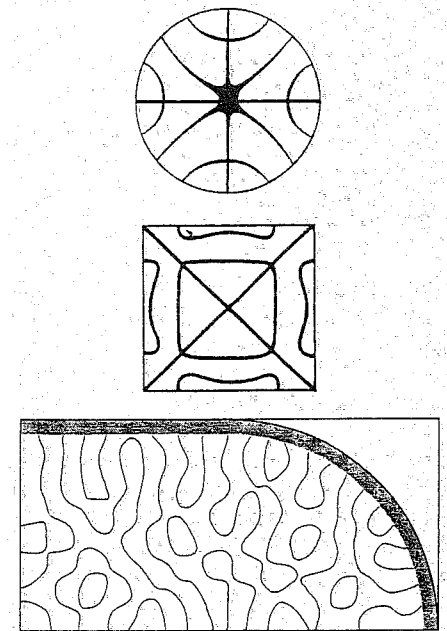


Abb. 1: Knotenlinien der Schwingungsmoden separabler und nichtseparabler Billards. Oben: Staubfigur einer schwingenden runden Platte. Gezeigt ist Abb. 17 aus Chladnis 1787 erschienenem Buch „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“ [1]; Mitte: dasselbe, jedoch für eine rechteckige Platte [Abb. 135 aus 1]. Unten: Berechnete Knotenlinien einer typischen Energieeigenfunktion des „Quantenstadions“ (aus [3]). Einen ähnlichen Verlauf der Knotenlinien sollte man für die Schwingungsmoden einer elastischen Platte erwarten.

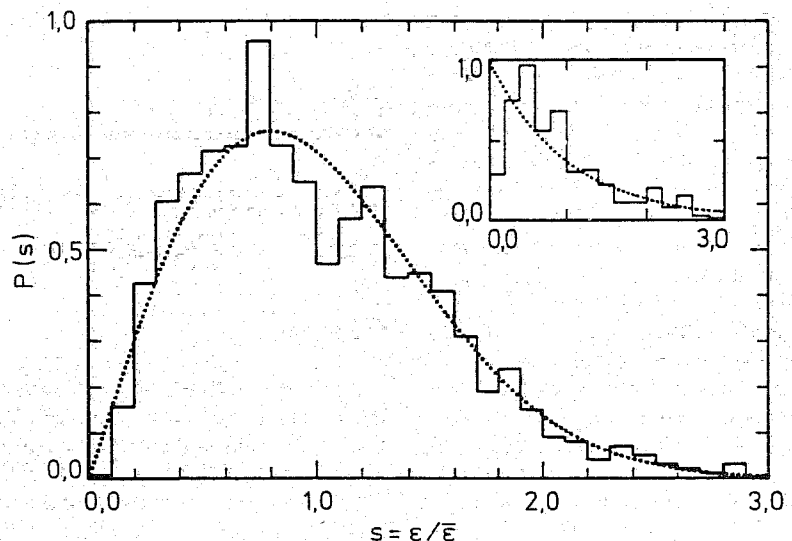


Abb. 2: Histogramm: experimentell ermittelte Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(s)$ der Frequenzintervalle $s = \varepsilon/\bar{\varepsilon}$ aufeinanderfolgender Resonanzfrequenzen eines flachen Stadion-Resonators (nichtseparabler Fall). Gepunktete Linie: ideale Wigner-Verteilung (siehe Text). Der Einschub zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung aufeinanderfolgender Frequenzintervalle für einen rechteckigen Resonator (separabler Fall). Die Frequenzabstände sind jetzt nahezu Poisson-verteilt (die gepunktete Linie zeigt eine ideale Poisson-Verteilung entsprechend $P(s) = \exp(-s)$).

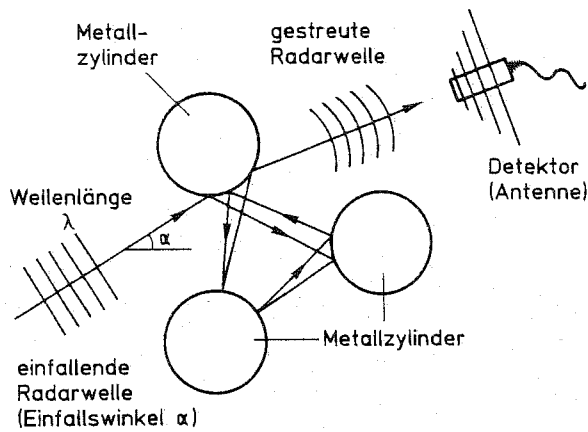


Abb. 3: Versuchsaufbau zur chaotischen Streuung von Radarwellen an drei totalreflektierenden Metallzylindern. Geometrisch-optisch werden die Wellen auf sehr komplizierten Bahnen von einem Zylinder zum anderen geworfen [6, 7]. Wellenoptisch erwartet man irreguläre Fluktuationen der in der Detektorantenne registrierten gestreuten Radarwellenintensität als Funktion der Wellenlänge λ oder der Einfallsrichtung α der Radarwelle [5, 7].

Wahrscheinlichkeitsverteilung der Eigenfrequenzabstände des Resonators in sehr guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage: Die Frequenzabstände eines Stadion-Resonators sind Wigner-verteilt! Abb. 2 zeigt die experimentell ermittelte Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Form eines Histogramms zusammen mit der gepunktet dargestellten theoretisch erwarteten Wigner-Kurve. Für einen rechteckigen Resonator, entsprechend einem integrablen Billard, das kein Chaos zeigt [2], fanden Stöckmann und Stein wie erwartet erhebliche Abweichungen von einer idealen Wigner-Statistik (siehe Einschub in Abb. 2). Die Vorhersagen der „Quantenchaotiker“ bestehen damit zum ersten Mal einen äußerst sauber kontrollierbaren experimentellen Test. Auch weitere Vorhersagen wie „Vernarbung“ von Wellenfunktionen und der Einfluß von klassisch periodischen Bahnen auf die Quantenmechanik, konnten in diesem Experiment bestätigt werden.

Ersetzt man die Mikrowellenresonatoren durch geeignet geformte Wellenleiter, so können die Vorhersagen der Theorie des quantenchaotischen Streuens [5] überprüft werden. Solche Experimente werden zur Zeit unter der Federführung des Weizmann-Instituts in Israel durchgeführt. Erste experimentelle Resultate bestätigen die theoretischen Vorhersagen. Darüber hinaus ist geplant, durch einen Großversuch mit Radarwellen die quantenchaotische Streuung an drei totalreflektierenden Metallzylindern zu simulieren. Abb. 3 zeigt den Versuchsaufbau. Die Zylinder werden z. B. in Form eines gleichseitigen Dreiecks aufgestellt und die gestreuten Radarwellen in einer Detektorantenne registriert. Nach den Gesetzen der geometrischen Optik werden in diesem Versuch die unter dem Winkel α einfallenden Radarwellen durch Vielfachreflexion völlig chaotisch von einem Zylinder zum anderen geworfen [6, 7]. Wellenoptisch erwartet man dann „Radar-Speckles“. Dies bedeutet, daß die im De-

tektor registrierte Intensität der gestreuten Radarwellen als Funktion der Radarwellenlänge λ oder der Richtung α der einfallenden Radarwellen irreguläre, quasi-chaotische Fluktuationen zeigt [5, 7].

Analogexperimente, wie die oben beschriebenen Mikrowellenexperimente, haben daher sogar im Zeitalter der Supercomputer durchaus ihre Berechtigung. Offene Fragen, z. B. der Einfluß von Absorption und Rauschen auf quantenchaotische Systeme, lassen sich am einfachsten experimentell klären. Mehr noch: Das Marburger Experiment z. B. schlägt, was die Zeit anbelangt, jeden Großrechner um Längen! Ein Spektrum, das im Experiment in Minutenschnelle aufgenommen

werden kann, benötigt stundenlange Rechenzeit auf einer Großrechenanlage. Darüber hinaus können im Experiment mehr Schwingungsmoden gemessen werden, als man zur Zeit mit Computern verläßlich berechnen kann. Und schließlich: Hätte Chladni die Schwingungsmoden einer Platte von der Form eines Fußballstadions beschrieben, „Quantenchaos“ wäre 200 Jahre früher entdeckt worden!

R. Blümel, Philadelphia

Literatur

- [1] E. F. F. Chladni: Entdeckungen über die Theorie des Klages. Weidmanns Erben und Reich, Leipzig 1787; Faksimile-Ausgabe für Bärenreiter-Verlag Kassel: Zentralantiquariat der DDR, Leipzig 1980.
- [2] H. G. Schuster, Phys. Bl. **42** (1986) 112; G. Wunner, Phys. Bl. **45** (1989) 139.
- [3] S. W. McDonald u. A. N. Kaufmann, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 1189.
- [4] H.-J. Stöckmann u. J. Stein, Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 2215.
- [5] R. Blümel u. U. Smilansky, Phys. Bl. **45** (1989) 379.
- [6] B. Eckhardt, J. Phys., A **20** (1987) 5971.
- [7] P. Garpard u. S. A. Rice, J. Chem. Phys. **90** (1989) 2225.

Metrologie

Die Internationale Temperaturskala von 1990 (ITS-90)

Einleitung

Auch die Temperatur, eine der sieben Basisgrößen des internationalen Einheitensystems, hat in diesem Jahr einen neuen gesetzlichen Rahmen erhalten [1]. Die Neuerungen sind allerdings nicht so spektakulär wie bei den elektrischen Einheiten Spannung und Widerstand, die nach der Empfehlung des Comité Consultatif d'Electricité nun durch makroskopische Quanteneffekte definiert werden [2].

Die Grundlagen für unser Temperaturverständnis liefert die klassische Thermo-

dynamik. Sie verknüpft die Temperatur T als eine der Zustandsgrößen eines thermodynamischen Systems mit den übrigen Zustandsgrößen, z. B. dem Druck p und dem spezifischen Volumen v . Für das ideale Gas gilt bei konstantem Volumen das Gay-Lussacsche Gesetz:

$$T/T_B = p/p_B.$$

Danach ist die Temperatur T dieses Systems bis auf einen Proportionalitätsfaktor bestimmt, der durch die Wahl einer Bezugstemperatur T_B festgelegt werden muß. Auf der 11. Generalkonferenz für